**TRƯỜNG THPT TRUNG GIÃ ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI MÔN TOÁN**

**Năm học 2017 – 2018 KHỐI 11 – Thời gian làm bài 150 phút**

**Câu 1** *(5 điểm).*

a) Giải phương trình 

b) Có thể lập được bao nhiêu số có 18 chữ số được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3 sao cho bất kỳ 2 chữ số nào đứng cạnh nhau cũng hơn kém nhau một đơn vị?

**Câu 2** *(3 điểm).*

Cho hàm số  có đồ thị  Tìm giá trị thực của tham số k để tồn tại hai tiếp tuyến phân biệt với đồ thị có cùng hệ số góc k, đồng thời đường thẳng đi qua các tiếp điểm của hai tiếp tuyến đó với cắt trục Ox, Oy lần lượt tại A và B sao cho 

**Câu 3** *(3 điểm).*

a) Giải bất phương trình 

b) Giải hệ phương trình 

**Câu 4** *(3 điểm).*

Cho dãy số  thỏa mãn .

Tìm .

**Câu 5** *(6 điểm).*

a) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B, đường thẳng chứa cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD), SA = 3a, AB = BC = 3a, AD = 4a. Gọi là mặt phẳng qua điểm A và vuông góc với SC,  cắt cạnh SD tại E. Xác định thiết diện tạo bởi mặt phẳng  với hình chóp S.ABCD và tính tỉ số 

b) Cho  cân tại A(1; 3), điểm D thuộc cạnh AB sao cho AB = 3AD. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm B trên CD. Biết là trung điểm của CH và điểm B thuộc đường thẳng d: x + y + 7 = 0. Tìm tọa độ các điểm B, C.

|  |  |
| --- | --- |
| **TRƯỜNG THPT TRUNG GIÃ**  NĂM HỌC 2017 - 2018 | **ĐÁP ÁN**  **ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG**  **MÔN TOÁN** |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Đáp án** | **Điểm** |
| **1**  **(5 điểm)** | Giải phương trình | ***3đ*** |
|  | Đk: | ***0,5*** |
| PT | ***0,5*** |
|  | ***0,5*** |
| * Với | ***0,5*** |
| Với | ***0,5*** |
| Kết hợp với  PT có nghiệm  , | ***0,5*** |
| b) Có thể lập được bao nhiêu số có 18 chữ số được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3 sao cho bất kỳ 2 chữ số nào đứng cạnh nhau cũng hơn kém nhau một đơn vị? | ***2đ*** |
| Gọi số cần lập  . Vì chữ số 1 hoặc 3 xuất hiện thì chữ số 2 phải đứng cạnh nên chữ số 2 xuất hiện đúng 9 lần | ***0,5*** |
| Xét trường hợp a1 = 2 khi đó số cách đặt chữ số 1 cạnh chữ số 2  cách | ***0,5*** |
| Xét trường hợp a2 = 2 khi đó số cách đặt chữ số 1 cạnh chữ số 2  cách | ***0,5*** |
| Do mỗi cách đặt các chữ số 1 tương ứng chỉ có đúng 1 cách đặt các chữ số 3 nên có thể lập được 1024 số | ***0,5*** |
| **Câu 2** | Cho hàm số  có đồ thị  Tìm giá trị thực của tham số k để tồn tại hai tiếp tuyến phân biệt với đồ thị có cùng hệ số góc k, đồng thời đường thẳng đi qua các tiếp điểm của hai tiếp tuyến đó với cắt trục Ox, Oy lần lượt tại A và B sao cho | ***3đ*** |
| TXĐ:  . Gọi là 2 tiếp điểm | ***0,5*** |
| Tiếp tuyến tại M, N của (C) có hệ số góc đều bằng | **0,5** |
| Theo đề bài, ta có: Phương trình đường thẳng MN có hệ số góc bằng 2018 hoặc – 2018. | **0,5** |
| TH1: Phương trình đường thẳng MN có hệ số góc là 2018    là nghiệm của phương trình | **0,5** |
|  | **0,5** |
| TH2: MN có hệ số góc là 2018. Dễ đang kiểm rằng : Không có giá trị của thỏa mãn. Vậy | **0,5** |
| **Câu 3**  **(3 điểm)** | a) Giải bất phương trình | ***1,5đ*** |
|  | ĐK : | ***0,25*** |
| Đặt t =  Ta được (t – 1)2 > 0 | ***0,25*** |
| Xét t = 1 hay | ***0,5*** |
| . Vậy tập nghiệm của bất phương trình | ***0,5*** |
| b) Giải hệ phương trình | ***1,5đ*** |
|  | ***0,25*** |
| \* Ta có  và | ***0,25*** |
| + TH1: . Thế vào PT (2) ta được:  (3).  (3)        (TM)  (TM | ***0,25*** |
|  | + TH2:  Ta có:  Trừ hai vế tương ứng của hai phương trình ta được:  . | ***0,25*** |
| Thế vào PT (2) ta được:  (4). ĐK:  PT(4)  (vô lý) PT vô nghiệm | ***0,25*** |
| Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm (x; y) = (2; 1). | ***0,25*** |
| **Câu 4**  **(3 điểm)** | Cho dãy số  thỏa mãn . Tìm . | ***3đ*** |
|  | Dễ thấy . Từ giả thiết ta có | ***0,5*** |
| Với mỗi , đặt ta có  và | ***0,5*** |
|  | 0,5 |
| Do đó | ***0,5***  ***0,5*** |
| Vậy . | ***0,5*** |
| **Câu 5**  **( 6 điểm)** | a) Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình thang vuông tại A và B, đường thẳng chứa cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng (ABCD), SA = 3a, AB = BC = 3a, AD = 4a. Gọi là mặt phẳng qua điểm A và vuông góc với SC,  cắt cạnh SD tại E. Xác định thiết diện tạo bởi mặt phẳng  với hình chóp S.ABCD và tính tỉ số | ***4đ*** |
| Hạ AN vuông góc với SC tại N, gọi M là trung điểm của SB. | ***0,5*** |
| Chứng minh SC vuông góc (AMN) | ***0,5*** |
| MN cắt BC tại I, AI cắt CD tại J khi đó JN cắt cạnh SD tại E | ***0,5*** |
| Tứ giác AMNE là thiết diện cần tìm | ***0,5*** |
| Gọi P là điểm thuộc cạnh AD sao cho AD = 3a, AD cắt SP tại K với K là trung điểm của SD ( vai trò của SA và SD là như nhau) | ***0,5*** |
| Ta có | ***0,5*** |
|  | ***0,5*** |
| Vậy | ***0,5*** |
| b) Cho  cân tại A(1; 3), điểm D thuộc cạnh AB sao cho AB = 3AD. Gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm B trên CD. Biết là trung điểm của CH và điểm B thuộc đường thẳng d: x + y + 7 = 0. Tìm tọa độ các điểm B, C. | ***2đ*** |
| Gọi d là đường thẳng qua A và song song với BC, CD cắt d tại P, gọi Q là trung điểm của BC. Ta có  nên ngũ giác AMQBP nội niếp được được tròn đường kính AB nên | ***0,5*** |
|  | ***0,25*** |
| Có | ***0,25*** |
| B(-4; -3) | ***0,25*** |
| D(-2; -1) | ***0,25*** |
| DM : | ***0,25*** |
| Do M là trung điểm của HC | ***0,25*** |